

## Les règles de déduction (RD)

---

### 1. Modus ponens (MP)

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \quad \quad \quad \vdash q \end{array}$$

---

### 2. Modus tollens (MT)

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \bar{q} \quad \quad \quad \vdash \bar{p} \end{array}$$

---

### 3. Syllogisme disjonctif (SD)

$$\begin{array}{l} p \vee q \quad \quad \quad p \vee q \\ \bar{p} \quad \quad \quad \vdash q \quad \quad \quad \bar{q} \quad \quad \quad \vdash p \end{array}$$

---

### 4. Syllogisme hypothétique (SH)

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \quad \vdash p \rightarrow r \end{array}$$

---

### 5. Simplification (Simpl)

$$p \wedge q \quad \vdash p \quad \quad \quad p \wedge q \quad \vdash q$$

---

### 6. Conjonction (Conj)

$$\begin{array}{l} p \\ q \quad \quad \quad \vdash p \wedge q \end{array}$$

---

### 7. Addition (Add)

$$p \quad \vdash p \vee q \quad \quad \quad p \quad \vdash q \vee p$$

---

### 8. Équivalence directe (ÉD)

$$\begin{array}{l} p \leftrightarrow q \quad \quad \quad p \leftrightarrow q \\ p \quad \quad \quad \vdash q \quad \quad \quad q \quad \quad \quad \vdash p \end{array}$$

---

.....

$$\begin{array}{l} p \leftrightarrow q \quad \quad \quad p \leftrightarrow q \\ \bar{p} \quad \quad \quad \vdash \bar{q} \quad \quad \quad \bar{q} \quad \quad \quad \vdash \bar{p} \end{array}$$

---

## Les lois logiques principales (LL)

---

### 1. Double négation (DN)

$$p \Leftrightarrow \bar{\bar{p}}$$

---

### 2. Commutativité (Com)

$$\begin{array}{l} (p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p) \\ (p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p) \\ (p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (q \leftrightarrow p) \end{array}$$

---

### 3. Associativité (Ass)

$$\begin{array}{l} [p \wedge (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \wedge r] \Leftrightarrow (p \wedge q \wedge r) \\ [p \vee (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \vee r] \Leftrightarrow (p \vee q \vee r) \\ [p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)] \Leftrightarrow [(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r] \Leftrightarrow (p \leftrightarrow q \leftrightarrow r) \end{array}$$

---

### 4. Distributivité (Dist)

$$\begin{array}{l} [p \wedge (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)] \\ [p \vee (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)] \\ [p \rightarrow (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)] \\ [p \rightarrow (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \\ [(p \wedge q) \rightarrow r] \Leftrightarrow [(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)] \\ [(p \vee q) \rightarrow r] \Leftrightarrow [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \end{array}$$

---

### 5. De Morgan (DeM)

$$\begin{array}{l} \bar{p \wedge q} \Leftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{q}) \\ \bar{p \vee q} \Leftrightarrow (\bar{p} \wedge \bar{q}) \end{array}$$

---

### 6. Contraposition (Contr)

$$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\bar{q} \rightarrow \bar{p})$$

---

### 7. Implication (Impl)

$$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\bar{p} \vee q)$$

---

### 8. Implication niée (NImpl)

$$\bar{p \rightarrow q} \Leftrightarrow (p \wedge \bar{q})$$

---

### 9. Équivalence (Équiv)

$$\begin{array}{l} (p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \\ (p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})] \end{array}$$

---

### 10. Exportation (Exp)

$$[(p \wedge q) \rightarrow r] \Leftrightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$$

---

### 11. Tautologie (Taut)

$$\begin{array}{l} (p \wedge p) \Leftrightarrow p \\ (p \vee p) \Leftrightarrow p \end{array}$$

---